

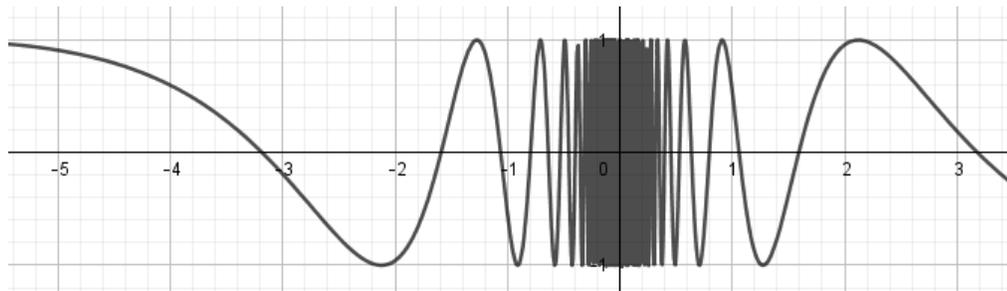


UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática



Precálculo - Undécimo
IV Examen Parcial 2018



Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Fórmula: 1

Miércoles 03 de octubre

Instrucciones

1. El tiempo máximo para resolver este examen es de 3 horas.
2. Lea cuidadosamente, cada instrucción y cada pregunta, antes de contestar.
3. Este examen consta de dos partes, la primera de ellas es de selección única (37 puntos) y la segunda de desarrollo (14 puntos).
4. La parte de selección debe ser contestada en la hoja de respuestas que se le dará para tal efecto. Fírmela en el espacio correspondiente utilizando bolígrafo de tinta azul o negra indeleble.
5. En los ítems de selección, usted deberá rellenar con **lápiz**, en la hoja de respuestas, la celda que contiene la letra que corresponde a la opción que completa en forma correcta y verdadera la expresión dada. Si lo desea, puede usar el espacio al lado de cada ítem del folleto de examen para escribir cualquier anotación que le ayude a encontrar la respuesta. Sin embargo, sólo se calificarán las respuestas seleccionadas y marcadas en la hoja para respuestas.
6. En el desarrollo debe escribir, en el espacio indicado, su nombre, código y el nombre del colegio en el cual usted está matriculado. En caso de no hacerlo, usted asume la responsabilidad sobre los problemas que se pudieran suscitar por esta causa.
7. En los ítems de desarrollo debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución y la respuesta de cada uno de ellos. Utilice únicamente **bolígrafo** de tinta azul o negra indeleble.
8. Trabaje con el mayor orden y aseo posible. Si alguna pregunta está desordenada, ésta no se calificará.
9. Recuerde que la calculadora que puede utilizar es aquella que contiene únicamente las operaciones básicas.
10. Las ecuaciones, a menos que se indique lo contrario, deben resolverse en el conjunto de los números reales.

Selección única

1. El punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{23\pi}{3}$ se localiza en el cuadrante
 - A) I
 - B) II
 - C) III
 - D) IV

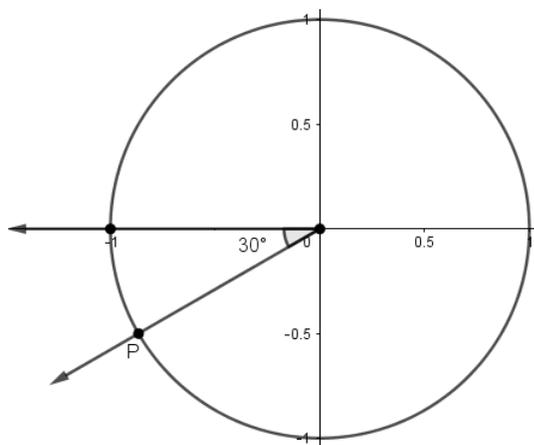
2. ¿Cuál es el punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{115\pi}{2}$?
 - A) $(0, -1)$
 - B) $(-1, 0)$
 - C) $(0, 1)$
 - D) $(1, 0)$

3. El punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real $\frac{7}{3}$ se ubica en el cuadrante
 - A) I
 - B) II
 - C) III
 - D) IV

4. ¿Cuántos radianes equivalen a 340° ?

- A) $\frac{9\pi}{17}$
- B) $\frac{17\pi}{9}$
- C) $\frac{17\pi}{18}$
- D) $\frac{18\pi}{17}$

5. La siguiente imagen representa la circunferencia trigonométrica y un punto P de ella.



¿Cuál de los siguientes números reales se puede asociar a P ?

- A) $\frac{-7\pi}{6}$
- B) $\frac{-19\pi}{6}$
- C) $\frac{17\pi}{6}$
- D) $\frac{19\pi}{6}$

6. Si $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ y $\operatorname{sen} x = \frac{1}{3}$, entonces el valor de $\cos x$ es igual a

A) $\frac{-2\sqrt{3}}{2}$

B) $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$

C) $\frac{2\sqrt{3}}{2}$

D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

7. El valor de $\tan\left(\frac{15\pi}{4}\right)$ es igual a

A) $\frac{1}{2}$

B) 0

C) 1

D) -1

8. Sea P el punto asociado al número real x en la circunferencia trigonométrica. Si $\sec x > 0$ y $\csc x < 0$, entonces P se ubica en el cuadrante

A) I

B) II

C) III

D) IV

9. Sea (m, n) el punto de la circunferencia trigonométrica asociado al número real x .
¿Cuál es el valor de $\sin x - \tan x$?

A) $\frac{m - n \cdot m}{m}$

B) $\frac{n - mn}{n}$

C) $\frac{n \cdot m - n}{m}$

D) $\frac{n \cdot m - m}{n}$

10. Si $\tan x < 0$, entonces con certeza $\sin(2x)$ es

A) cero.

B) positivo.

C) negativo.

D) indefinido.

11. Considere una función definida en su dominio máximo y de criterio $f(x) = \cot x$. ¿Cuál de las siguientes rectas es asíntota de la gráfica de f ?

A) $x = \pi$

B) $x = \frac{\pi}{2}$

C) $x = \frac{\pi}{4}$

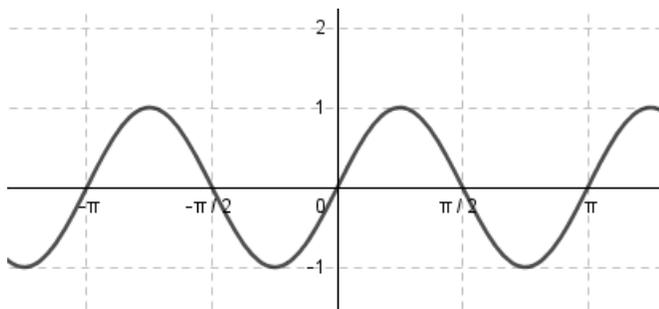
D) $x = \frac{3\pi}{2}$

12. La expresión $\frac{\operatorname{sen} \pi + \cos\left(\frac{-\pi}{2}\right) - 1}{\cos(2\pi) - \operatorname{sen}(-\pi)}$ es igual a
- A) 1
 - B) 0
 - C) $\frac{1}{2}$
 - D) -1
13. Un valor que indefina $\operatorname{csc} x$ puede ser
- A) 2017π
 - B) $\frac{2017\pi}{2}$
 - C) $\frac{2017\pi}{3}$
 - D) $\frac{2017\pi}{4}$
14. Una función está definida en su dominio máximo y tiene criterio $f(x) = \sec x$. ¿En cuál de los siguientes conjuntos, f es creciente?
- A) $\left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$
 - B) $\left] -\frac{\pi}{2}, 0 \right[$
 - C) $\left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right[$
 - D) $\left] -\pi, -\frac{\pi}{2} \right[$

15. El periodo de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -3 \operatorname{sen}\left(\frac{2x - \pi}{3}\right)$ es igual a

- A) $\frac{\pi}{3}$
- B) $\frac{2\pi}{3}$
- C) $\frac{3\pi}{2}$
- D) 3π

16. Analice la siguiente gráfica:



¿Cuál de los siguientes criterios puede corresponder a la función graficada anteriormente?

- A) $f(x) = \operatorname{sen}(2x)$
- B) $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$
- C) $f(x) = 2 \operatorname{sen}(x)$
- D) $f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{sen}(x)$

17. El ámbito de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 \operatorname{sen}(x + 5)$ corresponde a

A) $[-1, 1]$

B) $[-3, 3]$

C) $[-5, 5]$

D) $[-3, 5]$

18. Considere la función $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \tan x$ donde D es el dominio máximo de f . Un intervalo donde se cumple que, para todo x , $f(x) > 0$ corresponde a

A) $\left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$

B) $\left] \frac{-\pi}{4}, 0 \right[$

C) $\left] \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right[$

D) $\left] \frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right[$

19. Considere la función $f : [-2018\pi, 2020\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{sen} x$. ¿Cuántas veces interseca al eje X , la gráfica de la función f ?

A) 4036

B) 4037

C) 4038

D) 4039

20. El ámbito de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 5$ es igual a

A) $[-1, 1]$

B) $[-2, 2]$

C) $[-2, 5]$

D) $[3, 7]$

21. Analice las siguientes afirmaciones:

I. $\tan(2\pi - x) = -\tan x$

II. $\cot(\pi + x) = \cot x$

¿Cuáles de las afirmaciones anteriores son verdaderas?

A) Solo la I

B) Solo la II

C) Ambas

D) Ninguna

22. La expresión $\frac{\text{sen}(2x)}{2 \tan x}$ es equivalente a

A) $\text{sen}^2 x$

B) $\text{cos}^2 x$

C) $\text{sec}^2 x$

D) $\text{csc}^2 x$

23. La expresión $\csc x - \csc x \cdot \cos^2 x$ es equivalente a

- A) $\operatorname{sen} x$
- B) $\operatorname{cos} x$
- C) $1 - \operatorname{sen}^2 x$
- D) $\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{tan} x$

24. La expresión $\frac{\operatorname{sen} x}{\csc x} + \frac{\operatorname{cos} x}{\sec x}$ es igual a

- A) 1
- B) $\operatorname{sen} x$
- C) $\operatorname{cos} x$
- D) $\sec x$

25. La expresión $\cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$ es equivalente a

- A) $\frac{\operatorname{sen} x + \sqrt{3}\operatorname{cos} x}{2}$
- B) $\frac{\operatorname{cos} x + \sqrt{3}\operatorname{sen} x}{2}$
- C) $\frac{\operatorname{cos} x - \sqrt{3}\operatorname{sen} x}{2}$
- D) $\frac{\operatorname{sen} x - \sqrt{3}\operatorname{cos} x}{2}$

26. La expresión $\frac{2 \operatorname{sen} x + 3}{2 \tan x + 3 \operatorname{sec} x}$ es equivalente a

A) $\operatorname{sen} x$

B) $\cos x$

C) $\operatorname{sec} x$

D) $\operatorname{csc} x$

27. La expresión $\frac{\tan x - \cot x}{\tan x + \cot x}$ es equivalente a

A) $\cos(2x)$

B) $\operatorname{sen}(2x)$

C) $-\operatorname{sen}(2x)$

D) $-\cos(2x)$

28. El valor de $\operatorname{arc} \operatorname{sen} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ es igual a

A) $\frac{-2\pi}{3}$

B) $\frac{-\pi}{3}$

C) $\frac{2\pi}{3}$

D) $\frac{\pi}{3}$

29. El valor de $\cos^{-1} \left[\cos \left(\frac{13\pi}{4} \right) \right]$ es igual a

A) $\frac{\pi}{4}$

B) $\frac{3\pi}{4}$

C) $\frac{13\pi}{4}$

D) $\frac{-13\pi}{4}$

30. Considere la función $f : [-1, 1] \rightarrow \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$, $f(x) = \arcsen(x)$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) $f\left(\frac{1}{4}\right) < 0$

B) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

C) $f\left(\frac{-2}{5}\right) < 0$

D) $f\left(\frac{-1}{2}\right) > f\left(\frac{1}{2}\right)$

31. La expresión $\arccos \left[\sen \left(\frac{19\pi}{6} \right) \right]$ es igual a

A) $\frac{2\pi}{3}$

B) $\frac{\pi}{6}$

C) $\frac{5\pi}{6}$

D) $\frac{-\pi}{3}$

32. Una solución de $2 \operatorname{sen} x + \sqrt{3} = 0$ corresponde a

A) $\frac{-5\pi}{3}$

B) $\frac{-\pi}{3}$

C) $\frac{7\pi}{3}$

D) $\frac{\pi}{3}$

33. En $[0, 2\pi[$, el conjunto solución de $2 - \cos x = \cos x$ es igual a

A) $\{0, 2\pi\}$

B) $\left\{0, \frac{\pi}{2}\right\}$

C) $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

D) $\{0\}$

34. En $[0, 2\pi]$, el conjunto solución de $\operatorname{sen} x - \cos^2 x = 1 + \operatorname{sen}^2 x$ es igual a

A) $\left\{\frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$

B) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

C) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right\}$

D) \emptyset

35. Dos soluciones de la ecuación $(\csc x + 2)(\sen^2 x - 1) = 0$ corresponden a

A) $\frac{5\pi}{2}$ y $\frac{7\pi}{6}$

B) π y $\frac{11\pi}{6}$

C) $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{5\pi}{6}$

D) π y $\frac{5\pi}{6}$

36. En \mathbb{R} , el conjunto solución de $\sen^2 x + \tan^2 x = 0$ corresponde a

A) $\{x \in \mathbb{R} / x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

B) $\{x \in \mathbb{R} / x = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C) $\left\{x \in \mathbb{R} / x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

D) \emptyset

37. En \mathbb{R} , el conjunto solución de la ecuación $\sen x - \sqrt{3} \cdot \cos x = 0$ corresponde a

A) $\left\{x \in \mathbb{R} / x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

B) $\left\{x \in \mathbb{R} / x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

C) $\left\{x \in \mathbb{R} / x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

D) $\left\{x \in \mathbb{R} / x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Fin de la primera parte



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM
Precálculo - Undécimo
IV Examen Parcial 2018

Nombre: _____

Colegio: _____

Código: _____

Pregunta	Puntos
D1	
D2	

Fórmula: 1

Miércoles 03 de octubre

II parte: Desarrollo

1. Determine, en $[0, 2\pi]$, el conjunto solución de la siguiente ecuación: (7 puntos)

$$\frac{2}{\operatorname{sen} x} = \frac{3}{\operatorname{cos}^2 x}$$

2. Si $0 < x < \frac{\pi}{2}$, realice la sustitución $u = 3 \sec x$ en la expresión $T = \frac{u^2}{6\sqrt{u^2 - 9}}$ y simplifique al máximo para demostrar que $T = \csc(2x)$.

(7 puntos)



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat Escuela de
Matemática

Proyecto MATEM-Precálculo - Undécimo IV Examen Parcial 2018- Solucionario

Miércoles 03 de octubre

I parte: Selección única

- | | |
|-------|-------|
| 1. D | 20. D |
| 2. A | 21. C |
| 3. B | 22. B |
| 4. B | 23. A |
| 5. D | 24. A |
| 6. B | 25. C |
| 7. D | 26. B |
| 8. D | 27. D |
| 9. C | 28. D |
| 10. C | 29. B |
| 11. A | 30. C |
| 12. D | 31. A |
| 13. A | 32. B |
| 14. A | 33. D |
| 15. D | 34. D |
| 16. A | 35. A |
| 17. B | 36. B |
| 18. C | 37. A |
| 19. D | |

II parte: Desarrollo

1. Determine, en $[0, 2\pi]$, el conjunto solución de la siguiente ecuación: (7 puntos)

$$\frac{2}{\operatorname{sen} x} = \frac{3}{\cos^2 x}$$

Solución:

$$\frac{2}{\operatorname{sen} x} = \frac{3}{\cos^2 x}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 x = 3 \operatorname{sen} x$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos^2 x - 3 \operatorname{sen} x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(1 - \operatorname{sen}^2 x) - 3 \operatorname{sen} x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2 \operatorname{sen}^2 x - 3 \operatorname{sen} x = 0$$

$$\Leftrightarrow -2 \operatorname{sen}^2 x - 3 \operatorname{sen} x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2 \operatorname{sen} x + 1)(\operatorname{sen} x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{sen} x = \frac{1}{2}, \operatorname{sen} x = -2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ o } x = \frac{5\pi}{6}$$

Por lo tanto, el conjunto solución es $S = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$

2. Si $0 < x < \frac{\pi}{2}$, realice la sustitución $u = 3 \sec x$ en la expresión $T = \frac{u^2}{6\sqrt{u^2 - 9}}$ y simplifique al máximo para demostrar que $T = \csc(2x)$.

(7 puntos)

Solución:

$$\begin{aligned} T &= \frac{u^2}{6\sqrt{u^2 - 9}} = \frac{(3 \sec x)^2}{6 \cdot \sqrt{(3 \sec x)^2 - 9}} \\ &= \frac{9 \sec^2 x}{6\sqrt{9 \sec^2 x - 9}} = \frac{9 \sec^2 x}{6 \cdot 3\sqrt{\sec^2 x - 1}} \\ &= \frac{9 \sec^2 x}{18\sqrt{\tan^2 x}} = \frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{2 \cdot \frac{\sen x}{\cos x}} \\ &= \frac{\cos x}{2 \cos^2 x \cdot \sen x} = \frac{1}{2 \sen x \cdot \cos x} \\ &= \frac{1}{\sen(2x)} = \csc(2x) \end{aligned}$$